



Hausaufgaben zur Vorlesung »Analyse von Algorithmen und Komplexität«

Blatt 9

Definition 1 (Vertex Cover (VC)). Für einen (ungerichteten) Graphen $G = (V, E)$ ist ein Vertex Cover eine Menge von Knoten $C \subseteq V$, sodass $u \in C$ oder $v \in C$ für alle $\{u, v\} \in E$ gilt, also ist für alle Kanten mindestens ein Endpunkt in C .

Für das VERTEXCOVER Problem ist neben einem Graphen G eine Zahl $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ gegeben und es wird gefragt, ob ein Vertex Cover mit Größe (Anzahl der Knoten) höchstens k in G existiert.

Definition 2 (Feedback Vertex Set (FVS)). Für einen gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist ein Feedback Vertex Set eine Menge von Knoten $X \subseteq V$, sodass $G \setminus X$ kreisfrei ist.

Für das FEEDBACKVERTEXSET Problem ist neben einem Graphen G eine Zahl $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ gegeben und es wird gefragt, ob ein Feedback Vertex Set mit Größe (Anzahl der Knoten) höchstens k in G existiert.

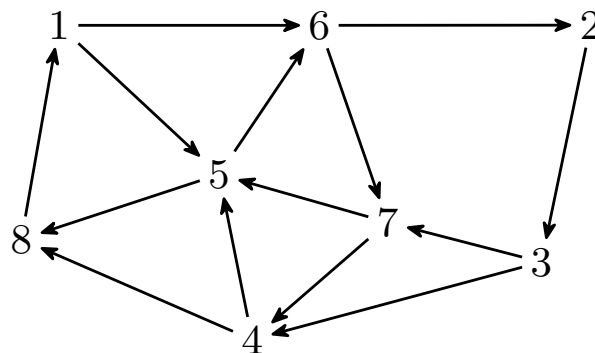


Abbildung 1: Beispiel Graph.

Hausaufgabe 9.1 (Nichtdeterministischer Algorithmus für VC)

(5 Punkte)

- Finden Sie ein minimales Vertex Cover in Abbildung 1. Für ein Vertex Cover ist die Orientierung der Kanten nicht relevant.
- Zeigen Sie $\text{VERTEXCOVER} \in \mathbf{NP}$, indem Sie einen nichtdeterministischen Algorithmus angeben, der VERTEXCOVER in Polynomialzeit löst. Begründen Sie die Korrektheit und die Laufzeit von Ihrem Algorithmus.

Hausaufgabe 9.2 (Polynomieller Verifizierer für FVS)

(5 Punkte)

- Finden Sie ein minimales Feedback Vertex Set in Abbildung 1.
- Zeigen Sie $\text{FEEDBACKVERTEXSET} \in \mathbf{NP}$, indem Sie einen polynomiellen Verifizierer für FEEDBACKVERTEXSET angeben. Begründen Sie die Korrektheit und die Laufzeit von Ihrem Verifizierer.

Abgabe: 15.06.2026, 10:00 Uhr in Moodle.