



Hausaufgaben zur Vorlesung »Analyse von Algorithmen und Komplexität«

Blatt 13

Hausaufgabe 13.1 (Lower Bound: VERTEXCOVER) (5 Punkte)

Betrachten Sie die Reduktion aus der Musterlösung zu Präsenzserie 10 von CLIQUE auf VERTEXCOVER.

1. Geben Sie die Anzahl der Knoten, die Anzahl der Kanten und den Wert k für die resultierende VERTEXCOVER Instanz in Abhängigkeit von der originalen CLIQUE Instanz an.
2. Zeigen Sie Lower Bounds für VERTEXCOVER bezüglich Anzahl der Knoten, Anzahl der Kanten und k basierend auf der ETH und der Reduktion aus der Musterlösung zu Präsenzserie 10.

Definition 1 (HITTINGSET). Bei diesem Problem ist ein Universum U , Teilmengen des Universums $F_1, \dots, F_r \subseteq U$ und eine Zahl $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ gegeben. Gibt es eine Menge $S \subseteq U$ mit $|U| \leq k$ und $S \cap F_i \neq \emptyset$ für alle $i \in [r]$?

Anschaulicher wird bei diesem Problem nach maximal k Elementen aus dem Universum gefragt, sodass diese Elemente alle gegebenen Mengen F_i „treffen“.

Hausaufgabe 13.2 (Lower Bound: HITTINGSET) (5 Punkte)

Betrachten Sie folgende Reduktion von 3-SAT auf HITTINGSET.

Für eine gegebene 3-SAT Instanz I mit n Variablen $x_1, \dots, x_n$ und m Klauseln $C_1, \dots, C_m$: Als Universum wählen wir $U = \{x_1, \bar{x}_1, \dots, x_n, \bar{x}_n\}$. Für jede Variable x_i fügen wir die Menge $F_i := \{x_i, \bar{x}_i\}$ hinzu. Für jede Klausel C_j fügen wir die Menge $F_{n+j} := C_j$ hinzu. Wir setzen $k := n$ und erhalten damit eine HITTINGSET Instanz I .

1. Geben Sie die Größe des Universums, die Anzahl der Mengen und die Zahl k aus der resultierenden HITTINGSET Instanz in Abhängigkeit von der Anzahl der Variablen n und der Anzahl der Klauseln m aus der originalen 3-SAT Instanz an.
2. Beweisen Sie Lower Bounds für HITTINGSET bezüglich Universumsgröße, Anzahl der Mengen und der Zahl k basierend auf der obigen Reduktion und der ETH.