

Hausaufgabe 9

Marek Lenczewski
Matrikelnummer: 1025252

15. Juni 2026

Hausaufgabe 9.1

Teil 1

Ein minimales Vertex Cover ist $C = \{2, 7, 5, 4, 1\}$.

Teil 2

Der Algorithmus arbeitet wie folgt:

- Finde nichtdeterministisch die Knoten für C .
- Prüfe ob $|C| \leq k$, lehne ab falls $|C| > k$.
- Prüfe für jede Kante $\{u, v\} \in E$ ob $v \in C$ oder $u \in C$.
- Lehne ab, falls für eine Kante $u, v \notin C$.
- Sonst akzeptiere.

Existiert ein Vertex Cover kleiner-gleich k , dann gibt es auch eine Knotenmenge $|C| \leq k$ dafür. Diese wird vom Algorithmus gefunden und akzeptiert. Falls es keine solche Knotenmenge gibt, dann lehnt er ab.

Auswahl der Knoten und Prüfung der Kanten läuft in $O(|V| + |E|)$, somit in poly. Zeit. Somit ist das eine poly. NDTM. Also gilt $VERTEXCOVER \in NP$.

Hausaufgabe 9.2

Teil 1

Ein minimales Feedback Vertex Set ist $X = \{1, 5\}$.

Teil 2

Eingabe: Graph $G = (V, E)$ und Zertifikat $X \subseteq V$.

Der Verifizierer arbeitet wie folgt:

- Prüfe ob $|X| \leq k$, lehne ab falls $|X| > k$.
- Konstruiere $H = (V \setminus X, E)$.
- Starte eine Tiefensuche auf H und markiere bereits besuchte Knoten grau.
- Beim Backtracking markiere Knoten schwarz.
- Wird ein grauer Knoten aufgerufen, dann lehne ab.
- Sonst akzeptiere.

Existiert ein Feedback Vertex Set kleiner-gleich k , dann gibt es ein Zertifikat X mit $|X| \leq k$ dafür. Die Knotenmenge wird vom Verifizierer akzeptiert und sonst abgelehnt.

Prüfung von X , Konstruktion von H und die Tiefensuche laufen in $O(|V| + |E|)$. Somit ist das ein poly. Verifizierer. Also gilt $FEEDBACKVERTEXSET \in NP$.